

QUBE-F- Fachportal Mathematik - Beispiel: Einführung der Produktregel, Gymnasium, J1

Item 1.2: Die Lehrkraft ermittelt das aktuelle Verständnis der Schülerinnen und Schüler („Ermittlung von Denkweisen“).

Anknüpfen an das Vorwissen der Lernenden im Einstieg

Ein möglicher Einstieg in eine Unterrichtsstunde zur Produktregel könnte folgende Aufgabe sein:

Einstiegsaufgabe

- a) Ergänze in der tabellarischen Übersicht die Ableitungen der Funktionen u und v , die Funktion f mit $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ und deren Ableitung.

Funktionen u und v	Ableitungsfunktionen u' und v'	Funktion f mit $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ und deren Ableitungsfunktion f'
$u(x) = 2x, v(x) = x^4$		
$u(x) = x^3, v(x) = x^5$		
$u(x) = -2x, v(x) = 5x^4$		
$u(x) = \sqrt{x}, v(x) = \sqrt{x^3}$		

- b) Formuliere eine Gesetzmäßigkeit zur Ableitung von Produkten.

(Anmerkung: Optimal für diese Einstiegsaufgabe ist eine sechsspaltige Tabelle mit je einer Spalte für $u(x)$, $v(x)$, $u'(x)$, $v'(x)$, $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ und $f'(x)$. Dies ist aber in diesem Dokument, für das eine einheitliche barrierefreie Vorlage verwendet wird, nicht möglich.)

Mit dieser Einstiegsaufgabe wird folgendes erreicht:

- Durch das Ableiten einzelner Funktionen wird das Vorwissen der Lernenden aktiviert.
- Die Lehrkraft hat in dieser Phase die Möglichkeit, im Klassenzimmer herumzugehen und sich durch Blicke in die Aufschriebe und Rückfragen (zum Beispiel nach Begründungen) einen Eindruck von dem zu verschaffen, was in den Köpfen der Schülerinnen und Schüler passiert. Dabei könnten beispielsweise folgende Bearbeitungen von Aufgabenteil a) beobachtet werden:
 - Die Lernenden bilden das Produkt der Funktionen und leiten das Produkt ab.
 - Die Lernenden notieren das Produkt der Funktionen ohne es zu berechnen (zum Beispiel $2x \cdot x^4$), leiten die Faktoren ab und multiplizieren die beiden abgeleiteten Funktionen (zum Beispiel $2 \cdot 4x^3 = 8x^3$).

- Die Lernenden erkennen, dass bei einem Produkt von Funktionen nicht faktorweise abgeleitet wird.

Hintergrund zum Vorwissen der Schülerinnen und Schüler

Die Lernenden haben bei Funktionen, die durch Grundrechenarten zusammengesetzt wurden (bisher durch Addition und Subtraktion), stets komponentenweise abgeleitet. Diese Vorstellung herrscht in ihren Köpfen auch zur multiplikativen Verknüpfung zweier Funktionen vor – entspricht aber nicht dem korrekten Vorgehen.

Mit einem Einstieg wie oben kann die Lehrkraft diese Präkonzepte sichtbar machen und darauf eingehen.

Weiterhin können sich beim obigen Einstieg auch Probleme zeigen, die die weitere Erarbeitung behindern können. Es könnte sich zum Beispiel zeigen, dass Lernende

- die Potenzregel beim Ableiten nicht korrekt anwenden.
- die einzelnen Funktionsbausteine nicht korrekt multiplizieren können, weil sie zum Beispiel die Potenzgesetze nicht beherrschen.

Die Lehrkraft kann also mit diesem Einstieg ermitteln, **was die Schülerinnen und Schüler** (bisher) **nicht verstanden haben**.

Sie kann diesen Einstieg zum Ermitteln von Vorwissen und Präkonzepten nutzen und darauf (wenn nötig) individuelles Feedback zu geben. Gegebenenfalls kann sie den folgenden Unterricht entsprechend anpassen und dadurch die Lernenden in ihrem Lernprozess zu unterstützen (siehe dazu die Ausführungen zu den Items 2.1 und 2.2).

Durch die Bearbeitung der Aufgabe werden auch die Lernenden angeregt, über ihre eigenen Vorstellungen nachzudenken und diese zu reflektieren (zum Beispiel zu erkennen, dass Produkte nicht faktorweise abgeleitet werden und gegebenenfalls bereits eine Idee erhalten, wie Produkte von Funktionen ableitbar sind).

Das Finden einer Regel zum Ableiten von Produkten, der Produktregel, in Aufgabenteil b) ist für die Lernenden eine höchst anspruchsvolle Leistung, allerdings kann die obige Einstiegsaufgabe die nötige Motivation schaffen, um gemeinsam mit der Lehrkraft strategisch eine passende Regel zu finden.

Daher sollte die Lehrkraft insbesondere bei der Bearbeitung von Aufgabenteil b) besonders interessiert an der Arbeit der Lernenden sein, das heißt, sie sollte während der Arbeitsphase **im Klassenzimmer herumgehen und sich durch Blicke in die Aufschriebe und Rückfragen (zum Beispiel nach Begründungen) einen Eindruck von dem verschaffen, was in den Köpfen der Schülerinnen und Schüler passiert**. Im Gespräch mit den Lernenden sollte **sich die Lehrkraft eher zurückhalten** und es stattdessen **dazu nutzen, die Vorstellungen und Ideen der Schülerinnen und Schüler zu sammeln, diese begründen und erläutern zu lassen**.